

## **UNIDAD IV**

### 4 Trabajo y Energía

#### 4.1 Concepto de trabajo

#### 4.2 Potencia

#### 4.3 Energía cinética

#### 4.4 Energía potencial

#### 4.5 Fuerzas conservativas

#### 4.6 Principio de conservación de la energía

#### 4.7 Conservación en el trabajo mecánico

#### 4.8 Fuerzas no conservativas

## UNIDAD IV

### 4 TRABAJO Y ENERGIA.

#### ENERGIA:

Es la capacidad para desarrollar un trabajo, es una actividad, una acción, poner en movimiento; su unidad es el jule, el kilowatt.

#### TRABAJO:

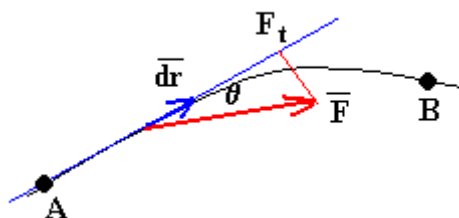
Trabajo (física), el producto de una fuerza aplicada sobre un cuerpo y del desplazamiento del cuerpo en la dirección de esta fuerza. Mientras se realiza trabajo sobre el cuerpo, se produce una transferencia de energía al mismo, por lo que puede decirse que el trabajo es energía en movimiento. Las unidades de trabajo son las mismas que las de energía. **Trabajo Mecánico** es una fuerza escalar producido solo cuando una fuerza mueve un cuerpo en su misma dirección. El trabajo mecánico es algo que puede medirse con precisión. Dos factores están presentes cuando se realiza un trabajo: la aplicación de una fuerza y el movimiento del objeto por efecto de esa fuerza.

**Trabajo = fuerza X distancia**

$$W = F \cdot s$$

#### 4.1 CONCEPTO DE TRABAJO.

Se denomina trabajo infinitesimal, al producto escalar del vector fuerza por el vector desplazamiento.

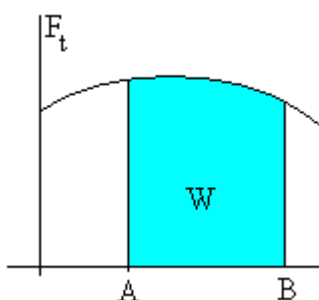


$$dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = F ds \cdot \cos \theta = F_t ds$$

Donde  $F_t$  es la componente de la fuerza a lo largo del desplazamiento,  $ds$  es el módulo del vector desplazamiento  $d\mathbf{r}$ , y  $\theta$  el ángulo que forma el vector fuerza con el vector desplazamiento.

El trabajo total a lo largo de la trayectoria entre los puntos A y B es la suma de todos los trabajos infinitesimales

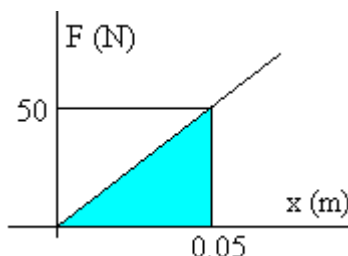
$$W = \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_A^B F_t ds$$



Su significado geométrico es el área bajo la representación gráfica de la función que relaciona la componente tangencial de la fuerza  $F_t$  y el desplazamiento  $s$ .

**Ejemplo:** Calcular el trabajo necesario para estirar un muelle 5 cm, si la constante del muelle es 1000 N/m.

La fuerza necesaria para deformar un muelle es  $F=1000 \cdot x$  N, donde  $x$  es la deformación. El trabajo de esta fuerza se calcula mediante la integral



$$W = \int_0^{0.05} 1000x \cdot dx = 1000 \frac{x^2}{2} \Big|_0^{0.05} = 1000 \frac{0.05^2}{2} = 1.25 \text{ J}$$

El área del triángulo de la figura es  $(0.05 \cdot 50) / 2 = 1.25 \text{ J}$

Cuando la fuerza es constante, se define como el producto de la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento y la magnitud del desplazamiento.

$$W = (F \cos \theta) s$$

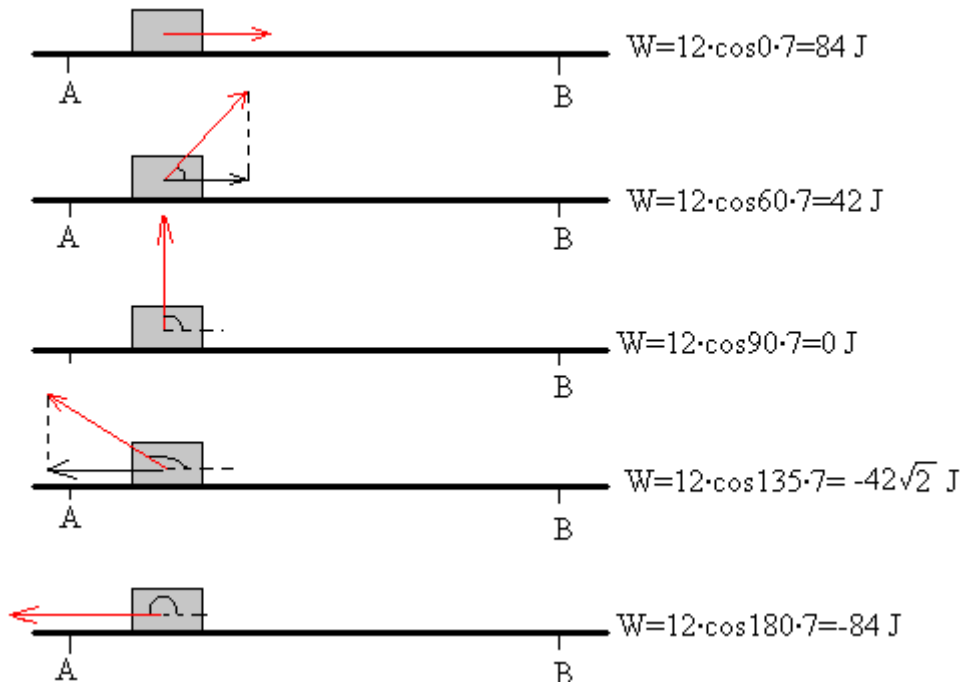
Desplazamiento =  $s$

Fuerza =  $f$

Trabajo =  $w$

### Ejemplo:

Calcular el trabajo de una fuerza constante de 12 N, cuyo punto de aplicación se traslada 7 m, si el ángulo entre las direcciones de la fuerza y del desplazamiento son  $0^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $180^\circ$ .



- Si la fuerza y el desplazamiento tienen el mismo sentido, el trabajo es positivo
- Si la fuerza y el desplazamiento tienen sentidos contrarios, el trabajo es negativo
- Si la fuerza es perpendicular al desplazamiento, el trabajo es nulo.

### TRABAJO REALIZADO POR UNA FUERZA VARIABLE.

Supongamos que un objeto se mueve a lo largo de una línea recta desde  $x = a$  hasta  $x = b$  debido a una fuerza que varía continuamente  $F(x)$ . Consideramos una partición que divide al intervalo  $[a, b]$  en  $n$  subintervalos determinados por  $a = x_0 \leq x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_{n-1} \leq x_n = b$  donde  $\Delta x_i$  indica la amplitud o longitud del  $i$ -ésimo subintervalo, es decir  $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$ . Para cada  $i$  escogemos  $c_i$  tal que  $x_{i-1} \leq c_i \leq x_i$ . En  $c_i$  la fuerza está dada por  $F(c_i)$ . Dado que  $F$  es continua y suponiendo que  $n$  es grande,  $\Delta x_i$  es pequeño. Los valores de  $f$  no cambian demasiado en el intervalo  $[x_{i-1}, x_i]$  y podemos concluir que el trabajo realizado  $w_i$  al mover el objeto por el subintervalo  $i$ -ésimo (desde  $x_{i-1}$  hasta  $x_i$ ) es aproximadamente el valor  $F(c_i) \cdot \Delta x_i$

Sumando el trabajo realizado en cada subintervalo, podemos aproximar el trabajo total realizado por el objeto al moverse desde a

hasta b por 
$$w \cong \sum_{i=1}^n w_i = \sum_{i=1}^n F(c_i) \Delta x_i .$$

Esta aproximación mejora si aumentamos el valor de n. Tomando el límite de esta suma cuando  $n \rightarrow \infty$  resulta

$$w = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n F(c_i) \Delta x_i = \int_a^b F(x) dx$$

Si un objeto se mueve a lo largo de una recta debido a la acción de una fuerza que varía continuamente  $F(x)$ , entonces el trabajo realizado por la fuerza conforme el objeto se mueve desde  $x = a$  hasta  $x = b$  está dado por

$$w = \int_a^b F(x) dx .$$

## 4.2 POTENCIA.

Definición: potencia es una magnitud directamente proporcional al trabajo, e inversamente proporcional al tiempo correspondiente.

La potencia de un mecanismo es un concepto muy importante pues en un motor, por ejemplo lo que interesa no es la cantidad total de trabajo que puede hacer hasta que se descomponga sino la rapidez con la que pueda entregar el trabajo ósea el trabajo que puede hacer en cada unidad de tiempo, que es precisamente la potencia.

OTRA DEFINICION:

- **La potencia mecánica se define como la rapidez con que se realiza un trabajo. Se mide en watts (W)** y se dice que existe una potencia mecánica de un watt cuando se realiza un trabajo de un joule por segundo:
- **1 W = J/seg.**

## UNIDADES DE POTENCIA

Siendo la potencia, el trabajo realizado en la unidad de tiempo, se tendrán como sus unidades.

Sistema C.G.S. .... ergio/seg

Sistema M.K.S. .... julio/seg = watio

Como unidades secundarias de potencia, se emplean:

- kilogrametro/segundo ..... kmg/seg
- El HP ..... 75 kmg/seg
- El kilo-watt..... 1000 watos

**El vatio:** es la potencia necesaria para realizar el trabajo de un julio, en un segundo. Es la unidad del sistema práctico, usual también en medidas eléctricas. 1 kilovatio=1000 w =1,36 H.P.

**El kilogramo por Segundo:** es la unidad de potencia en el sistema técnico. Es la potencia necesaria para hacer el trabajo de 1 Kgr. Durante un segundo. Prácticamente, es la potencia que se emplea para levantar un Kg. a un metro de altura, en un segundo.

**El caballo de vapor,** británico, se definió como igual a 33000 footpounds por el minuto, ósea 550 pies-libra por segundo. El caballo de vapor, métrico, se define como igual a 75 Kg. /s, y así, es la potencia necesaria para elevar, en un segundo, 75 Kg. A un metro de altura.

**Unidades de trabajo derivadas.** Hay algunas unidades de trabajo cuya definición depende de otras unidades de potencia. Así, el vatio hora es el trabajo correspondiente a una potencia de un vatio utilizada durante una hora. Es decir: un julio por segundo durante una hora, ósea: 3600 julios.

**El freno de prony.** Se utiliza para medir la potencia de los motores. Por medio de él se aprecia el trabajo ejecutado en cierto tiempo, y de ahí se deduce la potencia de un motor.

La **potencia mecánica** es la potencia transmitida mediante la acción de fuerzas físicas de contacto o elementos mecánicos asociados como palancas, engranajes, etc. El caso más simple es el de una partícula libre sobre la que actúa una fuerza variable. De acuerdo con la mecánica clásica, el trabajo neto realizado sobre la partícula es igual a la variación de su energía

cinética (energía de movimiento), por lo que la potencia desarrollada por la fuerza es:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2}mv^2 \right) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (m\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}) = \frac{d}{dt} (m\mathbf{v}) \cdot \mathbf{v} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$$

Donde:

$m$  = es la masa de la partícula.

$\mathbf{F}$  = es la fuerza resultante que actúa sobre la partícula.

$\mathbf{v}$  = es la velocidad de la partícula.

En sistemas mecánicos más complejos con elementos rotativos alrededor de un eje fijo y donde el momento de inercia permanece constante, la potencia mecánica puede relacionarse con el par motor y la velocidad angular. De acuerdo con la mecánica clásica, el trabajo realizado sobre el cuerpo en rotación, es igual a la variación de su energía cinética de rotación, por lo que la potencia desarrollada por el par o momento de fuerza es:

$$P = \frac{dW_{\text{rot}}}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2}I_r\omega^2 \right) = M\omega$$

Donde:

$I_r$  = es el momento de inercia según su eje de giro.

$\Omega$  = es la velocidad angular del eje.

$M$  = es el par motor aplicado sobre dicho eje.

### 4.3 Energía cinética

Cuando un cuerpo está en **movimiento** posee **energía cinética** ya que al chocar contra otro puede moverlo y, por lo tanto, producir un trabajo.

Para que un cuerpo adquiriera energía cinética o de movimiento, es decir, para ponerlo en movimiento, es necesario aplicarle una **fuerza**. Cuanto mayor sea el tiempo que esté actuando dicha fuerza, mayor será la **velocidad** del cuerpo y, por lo tanto, su energía cinética será también mayor.

Otro factor que influye en la energía cinética es la **masa** del cuerpo.

Por ejemplo, si una bolita de vidrio de 5 gramos de masa avanza hacia nosotros a una velocidad de 2 km / h no se hará ningún esfuerzo por esquivarla. Sin embargo, si con esa misma velocidad avanza hacia nosotros un camión, no se podrá evitar la colisión.

La fórmula que representa la Energía Cinética es la siguiente:

$E_c = 1/2 \cdot m \cdot v^2$

$E_c$  = Energía cinética

$m$  = masa

$v$  = velocidad

Cuando un cuerpo de masa **m** se mueve con una velocidad **v** posee una energía cinética que está dada por la fórmula escrita más arriba.

En esta ecuación, debe haber concordancia entre las unidades empleadas. Todas ellas deben pertenecer al mismo sistema. En el Sistema Internacional (SI), la masa **m** se mide en kilogramo (kg) y la velocidad **v** en metros partido por segundo ( m / s), con lo cual la energía cinética resulta medida en Joule (J).

En mecánica clásica la energía cinética se puede calcular a partir de la ecuación del trabajo y la expresión de una fuerza **F** dada por la segunda ley de Newton:

$$E_c = W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} dt = \frac{1}{2} m v^2$$

La energía cinética se incrementa con el cuadrado de la rapidez. Así la energía cinética es una medida dependiente del sistema de referencia. La energía cinética de un objeto está también relacionada con su momento lineal:

$$E_c = \frac{p^2}{2m}$$



## Energía cinética en diferentes sistemas de referencia

Como hemos dicho, en la mecánica clásica, la energía cinética de una masa puntual depende de su masa  $m$  y sus componentes del movimiento. Se expresa en Joules (J).  $1 \text{ J} = 1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$ . Estos son descritos por la velocidad  $v$

de la masa puntual, así:  $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ .

En un sistema de coordenadas especial, esta expresión tiene las siguientes formas:

- Coordenadas cartesianas ( $x, y, z$ ):

$$E_c = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)$$

- Coordenadas polares ( $r, \varphi$ ):

$$E_c = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2)$$

- Coordenadas cilíndricas ( $r, \varphi, z$ ):

$$E_c = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2)$$

- Coordenadas esféricas ( $r, \varphi, \theta$ ):

$$E_c = \frac{1}{2}m\left(r^2[\dot{\theta}^2 + \dot{\varphi}^2 \sin^2 \theta] + \dot{r}^2\right)$$

Con eso el significado de un punto en una coordenada y su cambio temporal se describe como la derivada temporal de su desplazamiento:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}x(t)$$

En un formalismo Hamiltoniano no se trabaja con esas componentes del movimiento, o sea con su velocidad, si no con su impulso  $p$  (cambio en la cantidad de movimiento). En caso de usar componentes cartesianas obtenemos:

$$E_c = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m}$$

## Energía cinética de sistemas de partículas

Para una partícula, o para un sólido rígido que no este rotando, la energía cinética va a cero cuando el cuerpo para. Sin embargo, para sistemas que contienen muchos cuerpos con movimientos independientes, que ejercen fuerzas entre ellos y que pueden (o no) estar rotando; esto no es del todo cierto. Esta energía es llamada 'energía interna'. La energía cinética de un sistema en cualquier instante de tiempo es la suma simple de las energías cinéticas de las masas, incluyendo la energía cinética de la rotación.

Un ejemplo de esto puede ser el sistema solar. En el centro de masas del sistema solar, el sol está (casi) estacionario, pero los planetas y planetoides están en movimiento sobre él. Así en un centro de masas estacionario, la energía cinética está aun presente. Sin embargo, recalcular la energía de diferentes marcos puede ser tedioso, pero hay un truco. La energía cinética de un sistema de diferentes marcos inerciales puede calcularse como la simple suma de la energía en un marco con centro de masas y añadir en la energía el total de las masas de los cuerpos que se mueven con rapidez relativa entre los dos marcos.

Esto se puede demostrar fácilmente: sea  $V$  la rapidez relativa en un sistema  $k$  de un centro de masas  $i$ :

$$E_c = \int \frac{v_k^2 dm}{2} = \int \frac{(v_i + V)^2 dm}{2} = \int \frac{(v_i^2 + 2v_i V + V^2) dm}{2} = \int \frac{v_i^2 dm}{2} + V \int v_i dm + \frac{V^2}{2} \int dm$$

Sin embargo, sea  $\int \frac{v_i^2 dm}{2} = E_i$  la energía cinética en el centro de masas de ese sistema,  $\int v_i dm$  podría ser el momento total que es por definición cero en el centro de masas y sea la masa total:  $\int dm = M$ . Sustituyendo obtenemos:

$$E_k = E_i + \frac{MV^2}{2}$$

La energía cinética de un sistema entonces depende del Sistema de referencia inercial y es más bajo con respecto al centro de masas referencial, por ejemplo: en un sistema de referencia en que el centro de masas sea estacionario. En cualquier otro sistema de referencia hay una energía cinética adicional correspondiente a la masa total que se mueve a la rapidez del centro de masas.

A veces es conveniente dividir a la **energía cinética total** de un sistema entre la suma de los centros de masa de los cuerpos, en su **energía cinética de traslación** y la energía de rotación sobre el centro de masas:

$$E_c = E_t + E_r$$

donde:  $E_c$  es la energía cinética total,  $E_t$  es la energía cinética de traslación y  $E_r$  es la energía de rotación o *energía cinética angular* en este sistema.

Entonces la energía cinética en una pelota de tenis en viaje tiene una energía cinética que es la suma de la energía en su traslación y en su rotación.

### Energía cinética de un sólido rígido en rotación

Para un sólido rígido que está rotando puede descomponerse la energía cinética total como dos sumas: la energía cinética de traslación (que es la asociada al desplazamiento del centro de masa del cuerpo a través del espacio) y la energía cinética de rotación (que es la asociada al movimiento de rotación con cierta velocidad angular). La expresión matemática para la energía cinética es:

$$E_c = E_{tra} + E_{rot} = \frac{1}{2}m\|\vec{v}\|^2 + \frac{1}{2}\vec{\omega}^t \cdot (\mathbf{I}\vec{\omega})$$

Donde:

$E_{tra}$  Energía de traslación.

$E_{rot}$  Energía de rotación.

$m$  Masa del cuerpo.

$\mathbf{I}$  tensor de (momentos de) inercia.

$\vec{\omega}$  = velocidad angular del cuerpo.

$\vec{\omega}^t$  = traspuesta del vector de la velocidad angular del cuerpo.

$\vec{v}$  = velocidad lineal del cuerpo.

El valor de la energía cinética es positivo, y depende del sistema de referencia que se considere al determinar el valor (módulo) de la velocidad  $\vec{v}$  y  $\vec{\omega}$ . La expresión anterior puede deducirse de la expresión general:

$$E_c = \int_M \frac{\|\vec{v}\|^2}{2} dm$$

### En la hidrodinámica

En la Hidrodinámica cambia con mucha frecuencia la energía cinética por la *densidad* de la energía cinética. Esto se escribe generalmente a través de una pequeña  $e$  o una  $\epsilon$ , así:

$$e_c = \frac{1}{2}\rho v^2, \text{ donde } \rho \text{ describe la densidad del fluido}$$

## 4.4 Energía potencial

En un sistema físico, la **energía potencial** es energía que mide la capacidad que tiene dicho sistema para realizar un trabajo en función exclusivamente de su posición o configuración. Puede pensarse como la *energía almacenada* en el sistema, o como una medida del trabajo que un sistema puede entregar. Suele abreviarse con la letra o  $E_p$  o  $U$ .

La energía potencial puede presentarse como energía potencial gravitatoria, energía potencial electrostática, y energía potencial elástica.

Más rigurosamente, la energía potencial es una magnitud escalar asociada a un campo de fuerzas (o como en elasticidad un campo tensorial de tensiones). Cuando la energía potencial está asociada a un campo de fuerzas, la diferencia entre los valores del campo en dos puntos A y B es igual al trabajo realizado por la fuerza para cualquier recorrido entre B y A.

La energía potencial puede definirse solamente cuando la fuerza es **conservativa**. Si las fuerzas que actúan sobre un cuerpo son no conservativas, entonces no se puede definir la energía potencial, como se verá a continuación. Una fuerza es conservativa cuando se cumple alguna de las siguientes propiedades:

- El trabajo realizado por la fuerza entre dos puntos es independiente del camino recorrido.
- El trabajo realizado por la fuerza para cualquier camino cerrado es nulo.
- Cuando el rotacional de la fuerza es cero.

Se puede demostrar que todas las propiedades son equivalentes (es decir, que cualquiera de ellas implica la otra). En estas condiciones, la energía potencial se define como:

$$U_B - U_A = - \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}.$$

Si las fuerzas no son conservativas no existirá en general una manera unívoca de definir la anterior integral. De la propiedad anterior se sigue que si la energía potencial es conocida, se puede obtener la fuerza a partir del gradiente de  $U$ :

$$\mathbf{F} = -\nabla U.$$

También puede recorrerse el camino inverso: suponer la existencia una función energía potencial y definir la fuerza correspondiente mediante la fórmula anterior. Se puede demostrar que toda fuerza así definida es conservativa.

La forma funcional de la energía potencial depende de la fuerza de que se trate; así, para el campo gravitatorio (o eléctrico), el resultado del producto de las masas (o cargas) por una constante dividido por la distancia entre las

masas (cargas), por lo que va disminuyendo a medida que se incrementa dicha distancia.

#### 4.5 Fuerzas conservativas

En física, un campo de fuerzas es **conservativo** si el trabajo realizado para desplazar una partícula entre dos puntos es independiente de la trayectoria seguida entre tales puntos. El nombre conservativo se debe a que para un campo de fuerzas de ese tipo existe una forma especialmente simple de la ley de conservación de la energía.

Puede demostrarse que un campo es conservativo si presenta alguna de las propiedades siguientes (de hecho si cumple una de ellas, cumplirá las otras ya que matemáticamente son equivalentes):

- Hay un campo escalar  $V(\mathbf{r})$  con:

$$(1) \mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\nabla V(\mathbf{r})$$

donde  $\nabla V(r)$  es el gradiente del campo escalar  $V(\mathbf{r})$ .

- El trabajo

$$(2a) W = \int_S \mathbf{F}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$$

a lo largo de un camino cualquiera  $S$  a través del campo de fuerza depende sólo de los puntos inicial y final y no de la trayectoria. En particular, el trabajo por una curva cerrada  $C$  es cero, también

$$(2b) \oint_C \mathbf{F}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = 0$$

- El campo es simplemente continuo y cumple la condición de integrabilidad:

$$(3) \frac{\partial F_k}{\partial x_i} = \frac{\partial F_i}{\partial x_k}. \text{ Eso significa que, si la rotación desaparece, también lo hará}$$

$$\nabla \times \mathbf{F}(\mathbf{r}) = 0$$

Un ejemplo de **fuerza conservativa** es el campo gravitatorio de la mecánica newtoniana. Lo contrario a una fuerza conservativa es una **fuerza no-conservativa**, que realiza más trabajo cuando aumenta la longitud del camino recorrido. Un ejemplo de esto es el rozamiento. La mayoría de sistemas físicos son no-conservativos; en ellos la energía se pierde por el rozamiento o por la

acción del campo de fuerzas no-conservativas. Un campo no conservativo se puede describir a través de un campo conservativo haciendo algunas consideraciones.

### Conservatividad local

Cuando se considera el criterio se debe tener precaución, porque el campo de fuerza puede existir, pero la rotación la hace no conservativa. El ejemplo más conocido es el conductor eléctrico, a cuyo campo magnético asociado se lo representa como:

$$\mathbf{F}(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2} \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix}$$

Aunque la condición integral se cumple, no existe la derivada en el punto cero, por lo que la región no es continua. Entonces no se trata de un campo gradiente, como puede distinguirse de la integral cerrada de un círculo unitario. El círculo unitario se parametriza mediante

$$C : \mathbf{r}(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \\ \sin(\varphi) \end{pmatrix} \text{ con } 0 \leq \varphi < 2\pi.$$

Con eso la integral cerrada es:

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int \mathbf{F}(\mathbf{r}(\varphi)) \dot{\mathbf{r}}(\varphi) d\varphi = \int_0^{2\pi} \begin{pmatrix} -\sin(\varphi) \\ \cos(\varphi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sin(\varphi) \\ \cos(\varphi) \end{pmatrix} d\varphi = \int_0^{2\pi} 1 d\varphi = 2\pi \neq 0$$

Es un campo conservativo, es decir cada integral que describe un camino cerrado, con lo que se tiene que la rotación desaparece (conservatividad local). La inversión de esta afirmación no tienen ningún valor significativo.

### Potencial

El campo escalar  $V(r)$  del criterio se llama potencial o energía potencial. El signo menos de este criterio es una convención y tiene un significado profundo, a pesar que su significado fue argumentado en el principio variacional de la mecánica lagrangiana y, por el momento, opera de forma voluntaria. La base de esa convención se puede aclarar por medio del siguiente ejemplo: en la cercanía de la superficie terrestre está la masa  $m$  en un potencial gravitacional a una altura  $h=y$  bajo una aceleración de la gravedad  $\mathbf{g} > \mathbf{0}$ , aproximadamente  $v(y) = + m g y$ . Debido al sistema de coordenadas en la superficie terrestre es positivo cuando se dirige hacia arriba, debe ser negativo cuando se dirige hacia abajo. Se calcula la fuerza del primer criterio y se obtiene:

$$\mathbf{F}(y) = -\frac{d}{dy} V(y) = -\frac{d}{dy} mgy = -mg$$

#### 4.6 Principio de conservación de la energía.

El **Principio de conservación de la energía** indica que **la energía no se crea ni se destruye; sólo se transforma** de unas formas en otras. En estas transformaciones, la energía total permanece constante; es decir, la energía total es la misma antes y después de cada transformación.

En el caso de la energía mecánica se puede concluir que, en ausencia de rozamientos y sin intervención de ningún trabajo externo, la suma de las energías cinética y potencial permanece constante. Este fenómeno se conoce con el nombre de **Principio de conservación de la energía mecánica**.

Supóngase que una partícula se mueve a lo largo del eje x solo con la influencia de una fuerza conservativa  $F_x$ , si ésta es la única fuerza, que actúa sobre la partícula, entonces el teorema de trabajo y energía afirma que el trabajo realizado por esa fuerza es igual al cambio en la energía cinética de la partícula:

$$W_c = \Delta K$$

Puesto que la fuerza es conservativa, se puede escribir

$$W_c = -\Delta U.$$

entonces :

$$\Delta K = -\Delta U$$

$$\Delta K + \Delta U = \Delta(K + U) = 0$$

Esta es la ley de la conservación de la energía mecánica la cual se puede describir en forma alternativa

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

Si ahora se define la energía mecánica total del sistema,  $E$  como la suma de la energía cinética y la energía potencial, se puede expresar la conservación de la energía mecánica como:

$$E_i = E_f$$

$$E \equiv K + U$$

En donde:

#### 4.7 Conservación en el trabajo mecánico

"La conservación de la energía requiere que la energía mecánica total de un sistema permanezca constante en cualquier sistema aislado de objetos que interactúan sólo a través de fuerzas conservativas". Por consiguiente, es posible aplicar la conservación de la energía en la forma

$$E_i = E_f \text{ (19)}$$

Donde:

$E_i$ : energía mecánica inicial del sistema, Joules

$E_f$ : energía mecánica final del sistema, Joules

Dado que la energía mecánica es igual a la suma de la energía cinética más la energía potencial (gravitatoria o elástica), la ecuación 19 desarrollada queda:

$$K_i + U_i = K_f + U_f \text{ (20)}$$

Donde:

$K_i$  y  $K_f$ : son las energías cinéticas iniciales y finales respectivamente, Joules

$U_i$  y  $U_f$ : son las energías potenciales iniciales y finales respectivamente, Joules

En el caso de existir fuerzas disipativas la ecuación 20 se modifica para incluir la pérdida por efecto de la fricción:

$$K_i + U_i - (K_f + U_f) = -f \cdot s \text{ (21)}$$

Donde:

$K_i$  y  $K_f$ : son las energías cinéticas iniciales y finales respectivamente, Joules

$U_i$  y  $U_f$ : son las energías potenciales iniciales y finales respectivamente, Joules

$f$ : fuerza disipativa, N

$s$ : desplazamiento, m



## 4.8 Fuerzas no conservativas

En física, un campo de fuerzas es **conservativo** si el trabajo realizado para desplazar una partícula entre dos puntos es independiente de la trayectoria seguida entre tales puntos. El nombre conservativo se debe a que para un campo de fuerzas de ese tipo existe una forma especialmente simple de la ley de conservación de la energía.

Puede demostrarse que un campo es conservativo si presenta alguna de las propiedades siguientes (de hecho si cumple una de ellas, cumplirá las otras ya que matemáticamente son equivalentes):

- Hay un campo escalar  $V(\mathbf{r})$  con:

$$(1) \mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\nabla V(\mathbf{r})$$

donde  $\nabla V(r)$  es el gradiente del campo escalar  $V(\mathbf{r})$ .

- El trabajo

### Fuerzas no conservativas

Las fuerzas no conservativas son aquellas en las que el trabajo realizado por las mismas es distinto de cero a lo largo de un camino cerrado. El trabajo realizado por las fuerzas no conservativas es dependiente del camino tomado. A mayor recorrido, mayor trabajo realizado.

Ejemplos de fuerzas no conservativas serían:

- Fuerza de rozamiento
- Fuerza magnética